



ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

Μάθημα: Φυσική Ο.Π.

- Στο σύνολο των φροντιστηρίων μας πραγματοποιούνται στη διάρκεια του ακαδημαϊκού έτους έως και 23 σταθμισμένα διαγωνίσματα προσομοίωσης σε κάθε τάξη. Με τον τρόπο αυτό, εξοικειώνεσαι με την εξεταστική φιλοσοφία των Πανελλαδικών Εξετάσεων, καθώς εσύ και οι συμμαθητές σου διαγωνίζεστε, την ίδια ώρα, σε κοινά θέματα, τα οποία επιμελείται το Ακαδημαϊκό μας Τμήμα.
- Λίγες ημέρες μετά την επίδοση της βαθμολογίας σου, παραλαμβάνεις τη στατιστική ανάλυση των αποτελεσμάτων και πληροφορείσαι για τον μέσο όρο βαθμολογίας του Ομίλου και τη βαθμολογική κλιμάκωση, στο συγκεκριμένο διαγώνισμα, συγκρίνοντας έτσι την επίδοσή σου με αυτή του συνόλου των μαθητών μας, σε όλη την Ελλάδα.



ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	
ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ:	

ΘΕΜΑ Α

Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις (Α1-Α4) και δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

Α1) Η μέση ταχύτητα ενός σώματος που εκτελεί αρμονική ταλάντωση κατά την απευθείας μετάβαση από τη θέση ισορροπίας στην ακραία θέση της ταλάντωσης συνάρτηση της μέγιστης ταχύτητας της ταλάντωσης u_{\max} είναι :

α) $\frac{u_{\max}}{2}$

β) $\frac{u_{\max}}{4}$

γ) $\frac{2u_{\max}}{\pi}$

δ) $\frac{u_{\max}}{2\pi}$

Μονάδες 5

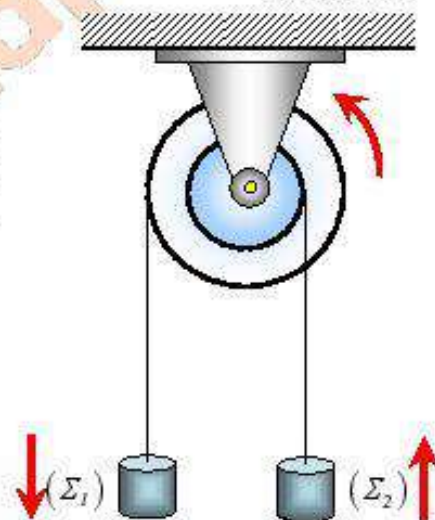
Α2) Στη διάταξη του διπλανού σχήματος, το όλο σύστημα κινείται έτσι ώστε η κινητική του ενέργεια να παραμένει αμετάβλητη με το χρόνο. Το σώμα Σ_1 κινείται προς τα κάτω, το σώμα Σ_2 προς τα πάνω, ενώ η τροχαλία στρέφεται αντιωρολογιακά. Για τις μάζες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ισχύει:

α) $m_1 = m_2$

β) $m_1 > m_2$

γ) $m_1 < m_2$

δ) $m_1 > m_2$ ή $m_1 < m_2$

**Μονάδες 5**

Α3) Στιγμιότυπο κύματος ονομάζουμε τη γραφική παράσταση:

α) απομάκρυνσης – χρόνου για δεδομένο σημείο του μέσου

β) απομάκρυνσης – απόστασης σημείων για δεδομένη χρονική στιγμή

γ) φάσης – χρόνου για δεδομένο σημείο του μέσου

δ) φάσης – απόστασης σημείων για δεδομένη χρονική στιγμή

Μονάδες 5

Α4) Ο συντελεστής ιξώδους στο S.I. έχει μονάδα μέτρησης το ένα





α) $\frac{N \cdot \text{sec}}{m}$

β) $\frac{N \cdot \text{sec}^2}{m}$

γ) $\frac{N \cdot \text{sec}}{m^2}$

δ) $\frac{N \cdot \text{sec}^2}{m^2}$

Μονάδες 5

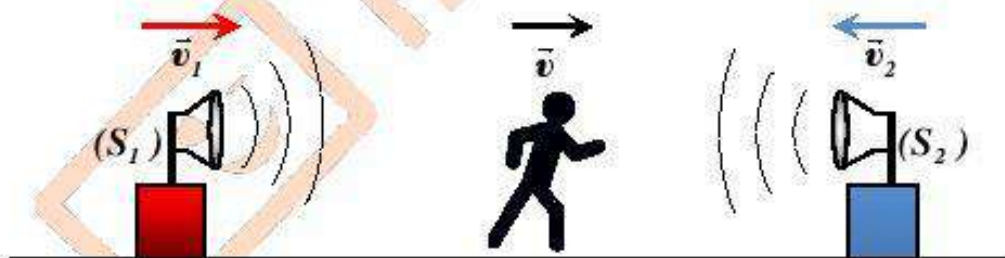
A5) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- α) Σε ένα εκκρεμές ρολόι επιδιώκεται η μεγιστοποίηση της απόσβεσης.
 β) Όταν μια ομάδα ανθρώπων κινηθεί με βηματισμό πάνω σε μια γέφυρα, η γέφυρα διεγείρεται και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση.
 γ) Τα άκρα της χορδής μια κιθάρας είναι υποχρεωτικά δεσμοί.
 δ) Η παροχή ενός σωλήνα είναι μέγεθος διανυσματικό.
 ε) Η στροφορμή της γης λόγω της ιδιοπεριστροφής της παραμένει σταθερή.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Β

B1) Δύο ηχητικές πηγές S_1 και S_2 εκπέμπουν κύματα με ίσες συχνότητες f_s , κινούνται με ίσες κατά μέτρο ταχύτητες $u_1 = u_2 = \frac{u_{\text{αξ}}}{10}$ όπου $u_{\text{αξ}}$ η ταχύτητα των κυμάτων στον αέρα και πλησιάζουν παρατηρητή που κινείται προς την ηχητική πηγή S_2 με ταχύτητα $u = \frac{u_1}{2}$ όπως φαίνεται στο σχήμα.



Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται διακροτήματα συχνότητας:

α) $\frac{f_s}{9}$

β) $\frac{f_s}{10}$

γ) $\frac{f_s}{11}$

Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5





B2) Η ράβδος OA του παρακάτω σχήματος έχει μάζα $M=2m$ ενώ το σώμα Σ έχει μάζα m . Αν η ράβδος ισορροπεί όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, τότε:

A) η τάση του νήματος στο άκρο A της ράβδου είναι:

a) $T = \frac{7mg}{4\epsilon\varphi\theta}$

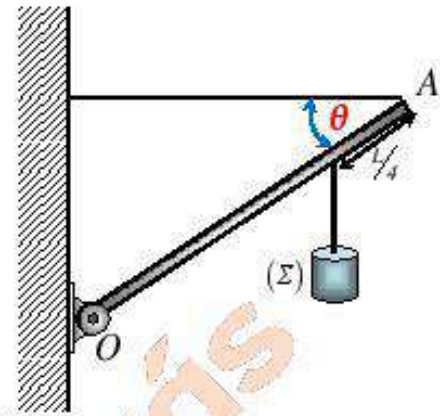
β) $T = \frac{5mg}{4\epsilon\varphi\theta}$

γ) $T = \frac{3mg}{4\epsilon\varphi\theta}$

Μονάδες 1

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 4



B) Αν η γωνία θ είναι τέτοια ώστε $\epsilon\varphi\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$, το μέτρο της δύναμης που ασκεί η άρθρωση στο σημείο O στη ράβδο είναι:

a) $F = 2mg$

β) $F = 3mg$

γ) $F = 4mg$

Μονάδες 1

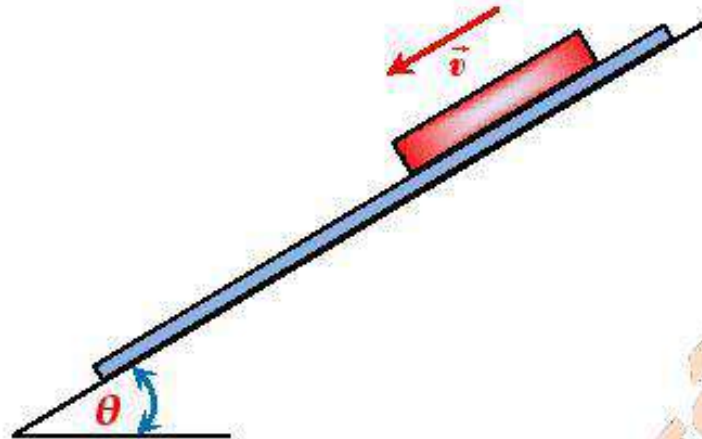
Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 4

B3) Πλάκα μάζας m και εμβαδού A κινείται προς τη βάση κεκλιμένου επιπέδου γωνίας θ με σταθερή ταχύτητα μέτρου u . Ανάμεσα στη πλάκα και στο κεκλιμένο επίπεδο υπάρχει λεπτό στρώμα λιπαντικής ουσίας πάχους L του οποίου ο συντελεστής ιξώδους είναι n . Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια τα πλάκας καθώς κατέρχεται είναι:

a) $\frac{\Delta U_{\text{βαρ.}}}{\Delta t} = \frac{m^2 \cdot g^2 \cdot n \mu^2 \theta \cdot L}{n \cdot A}$ **β)** $\frac{\Delta U_{\text{βαρ.}}}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot n \mu \theta \cdot L^2}{n^2 \cdot A^2}$ **γ)** $\frac{\Delta U_{\text{βαρ.}}}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot n \mu \theta \cdot L^2}{n \cdot A}$





Θεωρήστε ότι η λιπαντική ουσία συμπεριφέρεται ως Νευτώνειο ρευστό.

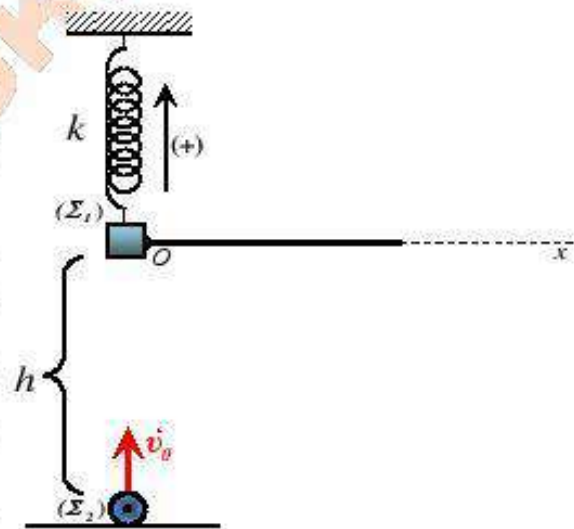
Μονάδες 2

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ

Στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k είναι δεμένο σώμα Σ_1 με μάζα $m_1=0,4\text{Kg}$ η άλλη άκρη του οποίου είναι δεμένη ακλόνητα στην οροφή. Αρχικά, το σώμα Σ_1 ισορροπεί έχοντας δεμένη πάνω του μία τεντωμένη οριζόντια χορδή Ox μεγάλου μήκους. Από το έδαφος και σε απόσταση $h=2,2\text{m}$ κάτω από το σώμα Σ_1 εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω σώμα Σ_2 με μάζα $m_2=0,1\text{Kg}$ με ταχύτητα μέτρου $u_0=12\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ και την χρονική στιγμή $t=0$ συγκρούεται κεντρικά με το σώμα Σ_1 , το οποίο στη συνέχεια αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Έτσι στη χορδή αρχίζει να διαδίδεται εγκάρσιο αρμονικό κύμα η εξίσωση του οποίου είναι:



$$y = \frac{0,4}{\pi} \cdot \eta\mu(10\pi t - 5\pi x) \quad (\text{S.I.})$$

Γ1) Να υπολογίσετε τη σταθερά του ελατηρίου k .

Μονάδες 5





Γ2) Να αποδείξετε ότι η κρούση ανάμεσα στα σώματα Σ_1 και Σ_2 είναι ελαστική.

Μονάδες 5

Γ3) Να γράψετε χρονική εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης ενός σημείου M που βρίσκεται πάνω στη χορδή Ox στη θέση $x_M=0,3m$, και να κάνετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Μονάδες 5

Γ4) Όταν η κινητική ενέργεια του σώματος Σ_1 είναι για 5^η φορά ίση με τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του, να βρείτε την απόσταση στην οποία έχει διαδοθεί το κύμα στη χορδή.

Μονάδες 5

Γ5) Να κάνετε το στιγμιότυπο του κύματος στη χορδή τη χρονική στιγμή $t_1=0,35sec$.

Μονάδες 5

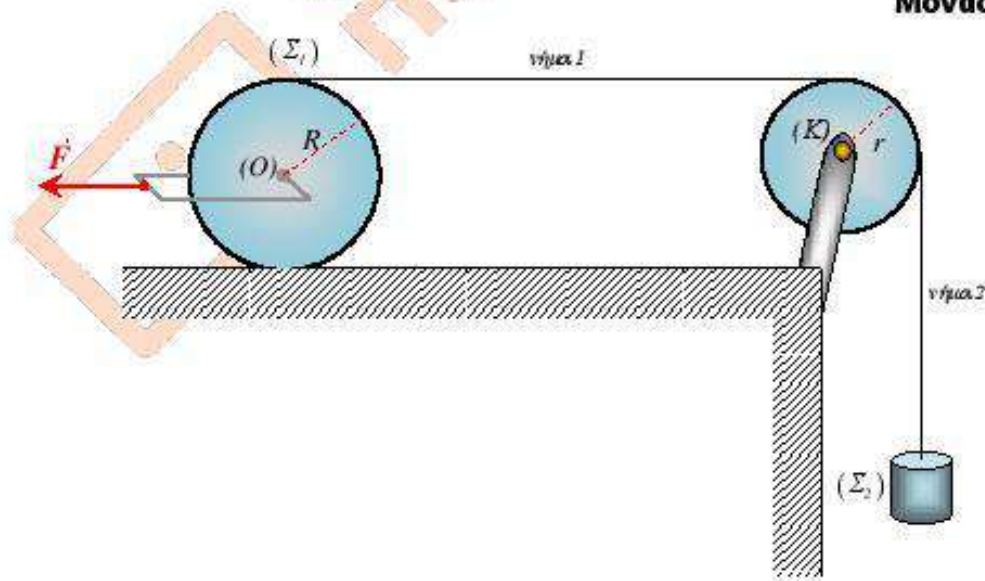
Δίνεται $g=10 m/s^2$ και $\pi^2 \approx 10$

ΘΕΜΑ Δ

Στη διάταξη του παρακάτω σχήματος το όλο σύστημα βρίσκεται αρχικά σε ισορροπία υπό την επίδραση δύναμης $F=40N$ που ασκείται στο σώμα Σ_1 . Αν η μάζα του Σ_1 είναι $m_1=4Kg$ και η ακτίνα του $R=0,2m$, η μάζα της τροχαλίας είναι $m=3Kg$ και η ακτίνα της $r=0,1m$, τότε:

Δ1) Να βρείτε τη μάζα του σώματος Σ_2 .

Μονάδες 5





Την χρονική στιγμή $t=0$ αυξάνουμε τη δύναμη σε $F'=60\text{N}$ οπότε το Σ_2 αρχίζει να ανεβαίνει, η τροχαλία περιστρέφεται χωρίς το νήμα να γλιστράει σε αυτήν ενώ το Σ_1 κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει.

Δ2) Να βρείτε την επιτάχυνση του Σ_2 .

Μονάδες 5

Δ3) Την χρονική στιγμή t_1 που το Σ_2 έχει ανέβει κατά $h=4\text{m}$, να βρείτε το έργο της δύναμης F .

Μονάδες 5

Δ4) Την χρονική στιγμή t_1 κόβουμε το νήμα 1. Να βρείτε τη στροφορμή του Σ_1 την χρονική στιγμή t_2 που το Σ_2 ακινητοποιείται στιγμιαία για πρώτη φορά.

Μονάδες 5

Δ5) Να κάνετε στο ίδιο σύστημα αξόνων για το Σ_1 και την τροχαλία τα διαγράμματα της στροφορμής τους με το χρόνο από την χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι την χρονική στιγμή t_2 .

Μονάδες 5

Δίνεται η ροπή αδράνειας του σώματος Σ_1 ως προς τον άξονα περιστροφής του $I_1 = \frac{1}{2}mR^2$, της τροχαλίας $I = \frac{1}{2}mr^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10\text{m/sec}^2$. Θεωρήστε ότι το Σ_1 τόσο πριν όσο και μετά το κόψιμο του νήματος κάνει σύνθετη κίνηση χωρίς ολίσθηση.





ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1) γ **A2)** γ **A3)** β **A4)** γ
A5) α) Λάθος **β)** Σωστό **γ)** Σωστό **δ)** Λάθος **ε)** Σωστό

ΘΕΜΑ Β

B1) Σωστή απάντηση είναι η α)

Ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται δύο ήχους εξαιτίας των δύο ηχητικών πηγών με συχνότητες αντίστοιχα

$$f_{A(1)} = \frac{u_{nx} - u}{u_{nx} - u_1} \cdot f_s = \frac{u_{nx} - \frac{u_1}{2}}{u_{nx} - u_1} \cdot f_s = \frac{2u_{nx} - u_1}{2u_{nx} - 2u_1} \cdot f_s = \frac{2u_{nx} - \frac{u_{nx}}{10}}{2u_{nx} - 2 \cdot \frac{u_{nx}}{10}} \cdot f_s =$$

$$= \frac{19u_{nx}}{18u_{nx}} \cdot f_s \Rightarrow f_{A(1)} = \frac{19 \cdot f_s}{18}$$

και

$$f_{A(2)} = \frac{u_{nx} + u}{u_{nx} - u_1} \cdot f_s = \frac{u_{nx} + \frac{u_1}{2}}{u_{nx} - u_1} \cdot f_s = \frac{2u_{nx} + u_1}{2u_{nx} - 2u_1} \cdot f_s = \frac{2u_{nx} + \frac{u_{nx}}{10}}{2u_{nx} - 2 \cdot \frac{u_{nx}}{10}} \cdot f_s =$$

$$= \frac{21u_{nx}}{18u_{nx}} \cdot f_s \Rightarrow f_{A(2)} = \frac{21 \cdot f_s}{18}$$





Επειδή οι συχνότητες αυτές διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, ο παρατηρητής αντιλαμβάνεται διακροτήματα με συχνότητα:

$$f_{\Delta} = |f_{A(1)} - f_{A(2)}| = \left| \frac{19 \cdot f_s}{18} - \frac{21 \cdot f_s}{18} \right| \Rightarrow \boxed{f_{\Delta} = \frac{f_s}{9}}$$

B2)

A) Σωστή απάντηση είναι η γ)

Από την ισορροπία του σώματος Σ έχουμε

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T'_1 = W_{\Sigma} \Rightarrow T'_1 = mg \quad (1)$$

Επειδή η ράβδος ισορροπεί πρέπει:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{F(O)} + \tau_{W(O)} + \tau_{T(O)} + \tau_{T_1(O)} = 0 \Rightarrow -Mgx' + Ty - T_1x = 0$$

$$\begin{aligned} T &= T'_1 = mg \\ & \text{(νήμα άβαρές)} \\ & \Rightarrow \\ & (2), (3), (4) \end{aligned}$$

$$-Mg \cdot \frac{L}{2} \cdot \text{συν}\theta + T \cdot L \cdot \eta\mu\theta - mg \frac{3L}{4} \cdot \text{συν}\theta = 0 \Rightarrow$$

$M=2m$

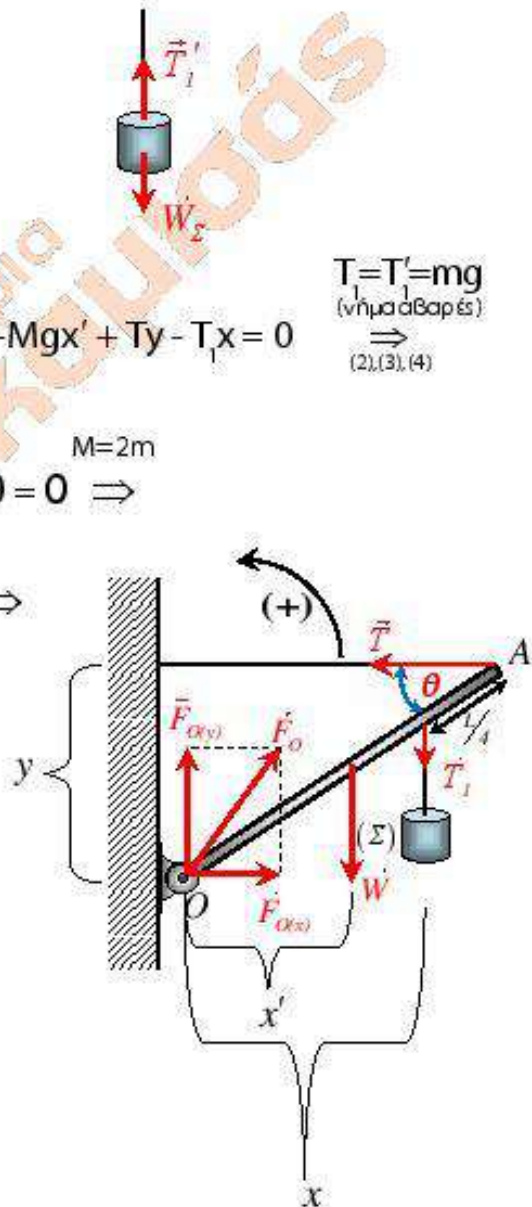
$$-mg \cdot \text{συν}\theta + T \cdot \eta\mu\theta - mg \frac{3}{4} \cdot \text{συν}\theta = 0 \Rightarrow$$

$$T \cdot \eta\mu\theta = mg \frac{7}{4} \cdot \text{συν}\theta \Rightarrow \boxed{T = \frac{7mg}{4\epsilon\phi\theta}}$$

$$x' = \frac{L}{2} \cdot \text{συν}\theta \quad (2)$$

$$x = \frac{3L}{4} \cdot \text{συν}\theta \quad (3)$$

$$y = L \cdot \eta\mu\theta \quad (4)$$





B) Σωστή απάντηση είναι η α)

Αφού για τη γωνία θ ισχύει ότι $\epsilon\phi\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$, τότε η τάση του νήματος γίνεται:

$$T = \frac{7mg}{4\epsilon\phi\theta} \xrightarrow{\epsilon\phi\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}} T = \frac{7mg}{\sqrt{7}} \Rightarrow T = mg\sqrt{7}$$

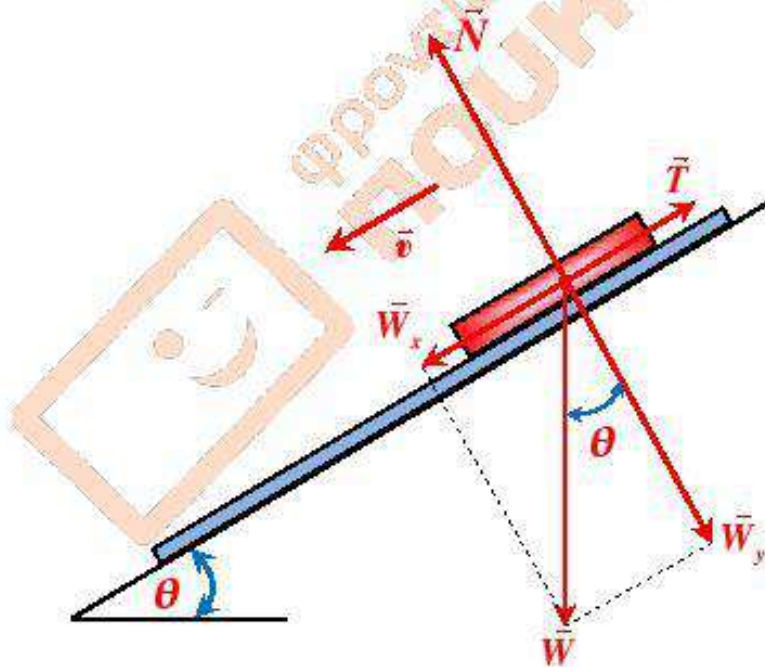
Όμως πρέπει για τη ράβδο απ' την μεταφορική ισορροπία:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{O(x)} = T \Rightarrow F_{O(x)} = mg\sqrt{7}$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{O(y)} = T_1 + W \Rightarrow F_{O(y)} = mg + Mg \Rightarrow F_{O(y)} = 3mg$$

$$F_O = \sqrt{F_{O(x)}^2 + F_{O(y)}^2} = \sqrt{7m^2g^2 + 9m^2g^2} \Rightarrow \boxed{F_O = 4mg}$$

B3) Σωστή απάντηση είναι η α)



Αφού η πλάκα κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει:





$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow W_x = T \Rightarrow mg \cdot \eta\mu\theta = T \Rightarrow mg \cdot \eta\mu\theta = \frac{n \cdot A \cdot u}{L} \Rightarrow u = \frac{mg \cdot L \eta\mu\theta}{n \cdot A}$$

και επειδή $u = \frac{x}{t}$ τελικά προκύπτει $x = \frac{mg \cdot L \eta\mu\theta}{n \cdot A} \cdot t$ (1)

Η απόσταση x και το ύψος με το οποίο κατέρχεται η πλάκα συνδέονται με τη σχέση

$$\eta\mu\theta = \frac{h}{x} \Rightarrow x = \frac{h}{\eta\mu\theta} \Rightarrow h = x \cdot \eta\mu\theta \stackrel{(1)}{\Rightarrow} h = \frac{mg \cdot L \eta\mu^2\theta}{n \cdot A} \cdot t \quad (2)$$

Ο ρυθμός με τον οποίο μεταβάλλεται η βαρυτική δυναμική ενέργεια της πλάκας καθώς κατέρχεται είναι

$$\frac{\Delta U_{\text{βαρ.}}}{\Delta t} = -\frac{\Delta W_W}{\Delta t} = -\frac{m \cdot g \cdot \Delta h}{\Delta t} \stackrel{(2)}{\Rightarrow} \frac{\Delta U_{\text{βαρ.}}}{\Delta t} = -\frac{m^2 \cdot g^2 \cdot L \cdot \eta\mu^2\theta \cdot \Delta t}{n \cdot A \cdot \Delta t} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta U_{\text{βαρ.}}}{\Delta t} = -\frac{m^2 \cdot g^2 \cdot \eta\mu^2\theta \cdot L}{n \cdot A}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1) Από τη σύγκριση της εξίσωσης του κύματος που διαδίδεται στη χορδή με τη γενική εξίσωση του κύματος

$$y = \frac{0,4}{\pi} \cdot \eta\mu(10\pi t - 5\pi x)$$

$$y = A \cdot \eta\mu \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \right]$$

προκύπτει: $A = \frac{0,4}{\pi} \text{ m}$, $T = 0,2 \text{ sec}$, $f = 5 \text{ Hz}$, $\omega = 10\pi \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$, $\lambda = 0,4 \text{ m}$.

Η περίοδος του κύματος είναι η ίδια με την περίοδο ταλάντωσης της πηγής δηλαδή του σώματος Σ_1 οπότε έχουμε:

$$k = m_1 \cdot \omega^2 = 0,4 \cdot (10\pi)^2 \Rightarrow \boxed{k = 400 \frac{\text{N}}{\text{m}}}$$





Γ2) Η ταχύτητα που αποκτάει το Σ_1 μετά την κρούση είναι η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσής του αφού την αποκτά στη ($\Theta.l.$) του, άρα ισχύει:

$$u'_1 = \omega \cdot A = 10\pi \cdot \frac{0,4}{\pi} \Rightarrow u'_1 = 4 \text{ m/sec}$$

Για την ταχύτητα του Σ_2 πριν την κρούση εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε. (I) \rightarrow (II)

$$\begin{aligned} \Delta K &= \Sigma W_F \Rightarrow K_{00} - K_{00} = W_W \Rightarrow \frac{1}{2} m_2 u_2^2 - \frac{1}{2} m_2 u_0^2 = -m_2 gh \Rightarrow u_2 = \sqrt{u_0^2 - 2gh} = \\ &= \sqrt{12^2 - 2 \cdot 10 \cdot 2,2} \Rightarrow u_2 = 10 \text{ m/sec} \end{aligned}$$

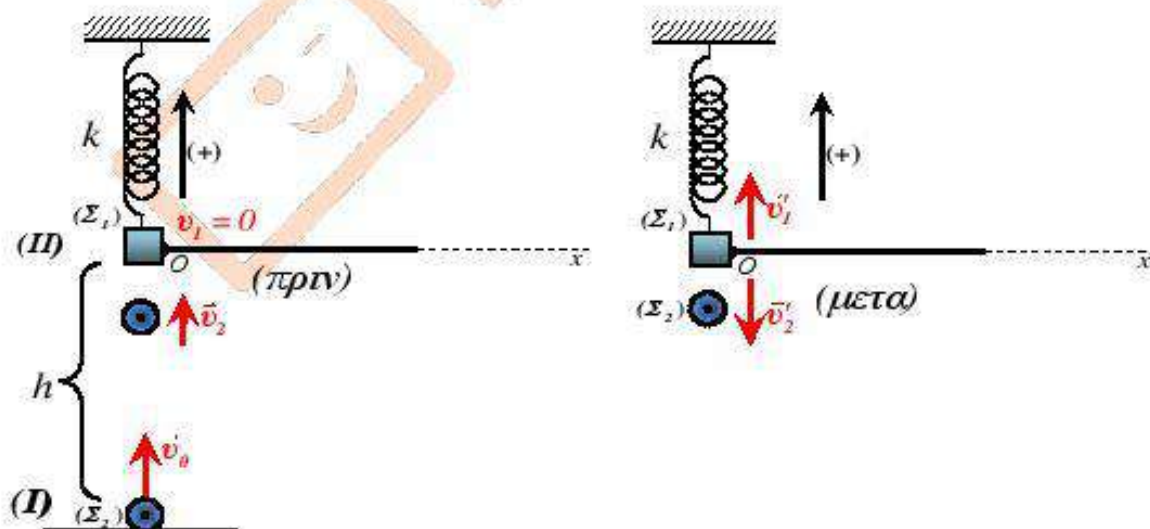
Από Αρχή Διατήρησης της Ορμής έχουμε:

$$\begin{aligned} \vec{P}_{ολ(πριν)} &= \vec{P}_{ολ(μετά)} \Rightarrow m_2 u_2 = m_1 u'_1 - m_2 u'_2 \Rightarrow 0,1 \cdot 10 = 0,4 \cdot 4 - 0,1 \cdot u'_2 \Rightarrow \\ u'_2 &= 6 \text{ m/sec} \end{aligned}$$

$$K_{ολ(πριν)} = \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 10^2 = 5 \text{ J}$$

$$K_{ολ(μετά)} = \frac{1}{2} m_1 u_1'^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2'^2 = \frac{1}{2} \cdot 0,4 \cdot 4^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,1 \cdot 6^2 = 5 \text{ J}$$

Επειδή $K_{ολ(πριν)} = K_{ολ(μετά)}$ η κρούση είναι ελαστική.



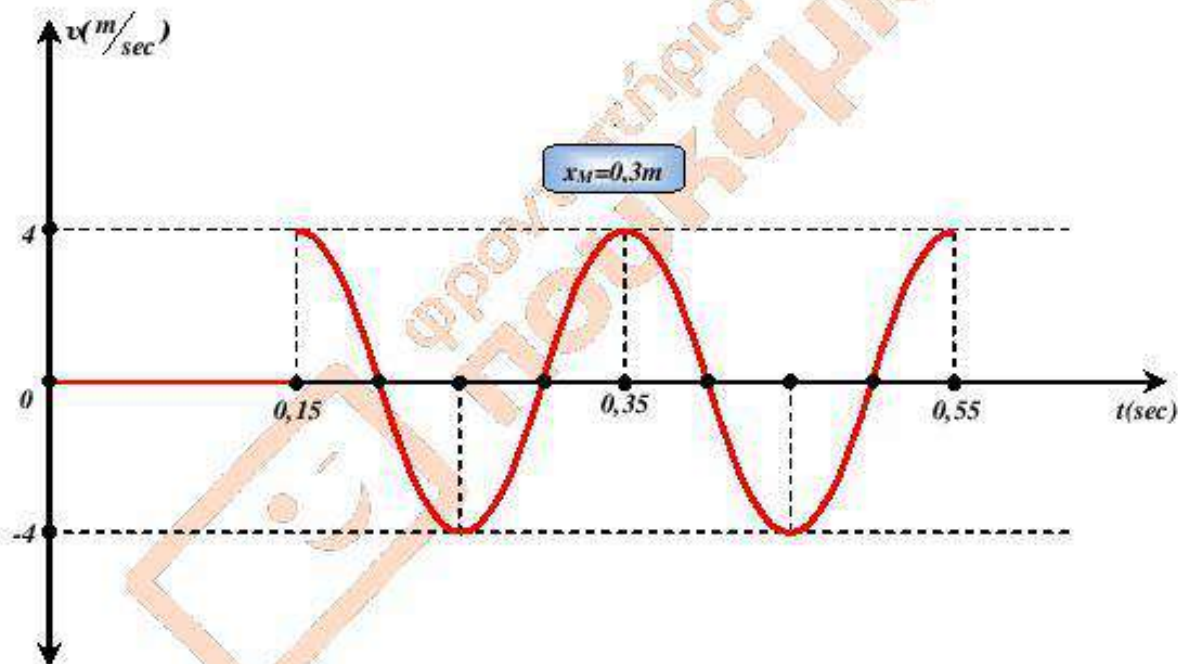


Γ3) Το κύμα στο Μ φτάνει τη χρονική στιγμή $t_M = \frac{x_M}{u_\delta} = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ sec}$

$$(u_\delta = \lambda \cdot f = 0,4 \cdot 5 \Rightarrow u_\delta = 2 \text{ Hz})$$

$$u_M = u_{\max} \cdot \text{συν} \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_M}{\lambda} \right) \right] = \omega \cdot A \cdot \text{συν} \left[2\pi \left(\frac{t}{0,2} - \frac{0,3}{0,4} \right) \right] \Rightarrow$$

$$u_M = 4 \cdot \text{συν} \left(10\pi t - \frac{3\pi}{2} \right) \text{ (S.I.) } t \geq 0,15 \text{ sec}$$



Γ4)

$$E_{\text{ολ}} = K + U \xrightarrow{K=U} E_{\text{ολ}} = 2U \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot kA^2 = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot ky^2 \Rightarrow y = \pm \frac{A\sqrt{2}}{2} = \pm \frac{0,2\sqrt{2}}{\pi} \text{ m}$$

Επειδή σε κάθε περίοδο η δυναμική και η κινητική ενέργεια ενός σώματος γίνονται ίσες 4 φορές και αφού το Σ_1 ξεκινάει την ταλάντωσή του από τη Θ.Ι.





του χωρίς αρχική φάση, τότε την 5^η φορά που θα γίνουν οι 2 ενέργειες ίσες το Σ₁ θα βρίσκεται στη θέση $y = +\frac{0,2\sqrt{2}}{\pi}m$ για 3^η φορά. Έχουμε:

$$y = \frac{0,4}{\pi} \cdot \eta\mu(10\pi t - 5\pi x) \quad \overset{y = +\frac{0,2\sqrt{2}}{\pi}m}{\underset{x=0}{\Rightarrow}} \quad \frac{0,2\sqrt{2}}{\pi} = \frac{0,4}{\pi} \cdot \eta\mu 10\pi t \Rightarrow$$

$$\eta\mu 10\pi t = \frac{\sqrt{2}}{2} = \eta\mu \frac{\pi}{4} \Rightarrow 10\pi t = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \quad \text{ή} \quad 10\pi t = 2k\pi + \frac{3\pi}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{t = \frac{k}{5} + \frac{1}{40}} \quad (1) \quad \text{ή} \quad \boxed{t = \frac{k}{5} + \frac{3}{40}} \quad (2)$$

Η σχέση (1) για $k=1$ δίνει την 5^η φορά που θα γίνουν οι 2 ενέργειες ίσες και είναι ίση με $t = 0,225\text{sec}$. Την συγκεκριμένη χρονική στιγμή το κύμα θα έχει διαδοθεί κατά απόσταση

$$u_g = \frac{x}{t} \Rightarrow x = u_g \cdot t = 2 \cdot 0,225 \Rightarrow \boxed{x = 0,45m}$$

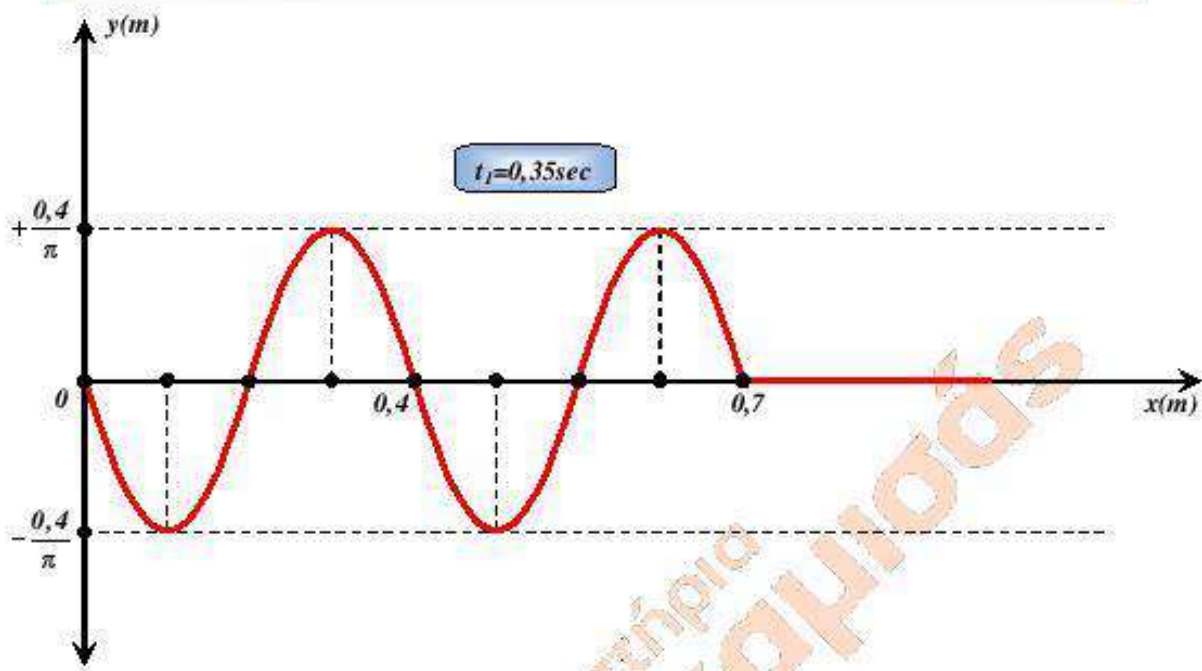
$$\Gamma 5) \quad t_1 = 0,35\text{sec} \quad \overset{T=0,2\text{sec}}{\Rightarrow} \quad t_1 = T + \frac{3T}{4}$$

Σε κάθε περίοδο το κύμα διαδίδεται κατά απόσταση 1λ

Σε χρόνο $1T + \frac{3T}{4}$ το κύμα θα διαδοθεί κατά απόσταση $1\lambda + \frac{3\lambda}{4} = 0,7m$.

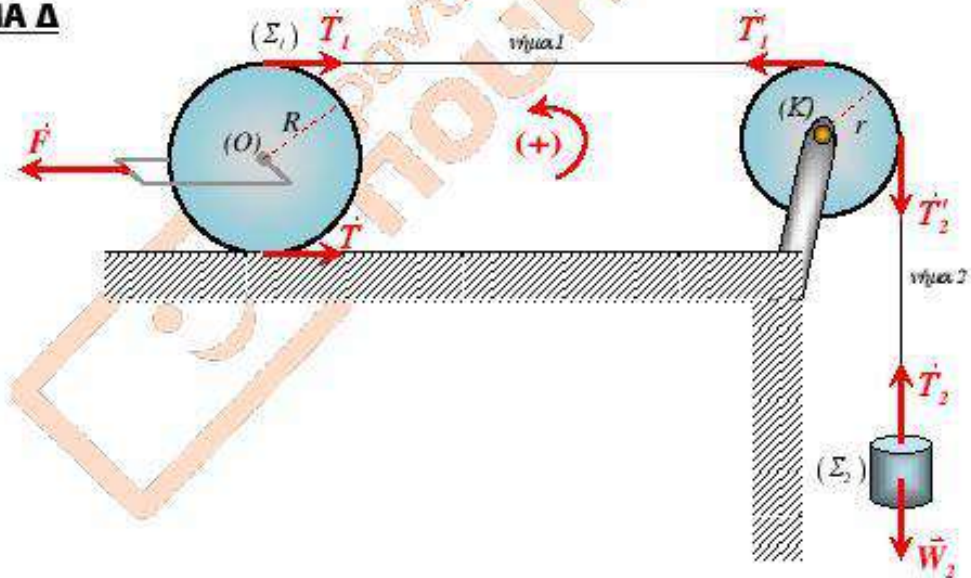
Το στιγμιότυπο του κύματος φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:





ΘΕΜΑ Δ

Δ1)



Επειδή το σώμα Σ_1 ισορροπεί πρέπει:

$$\Sigma \tau_{(O)} = 0 \Rightarrow \tau_{F(O)} + \tau_{W(O)} + \tau_{T(O)} + \tau_{T_1(O)} + \tau_{N(O)} = 0 \Rightarrow +TR - TR = 0 \Rightarrow T = T_1 \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F = T + T_1 \Rightarrow F = 2T_1 \Rightarrow T_1 = \frac{F}{2} = \frac{40}{2} \Rightarrow T_1 = 20 \text{ N}$$





Απ' την ισορροπία της τροχαλίας έχουμε:

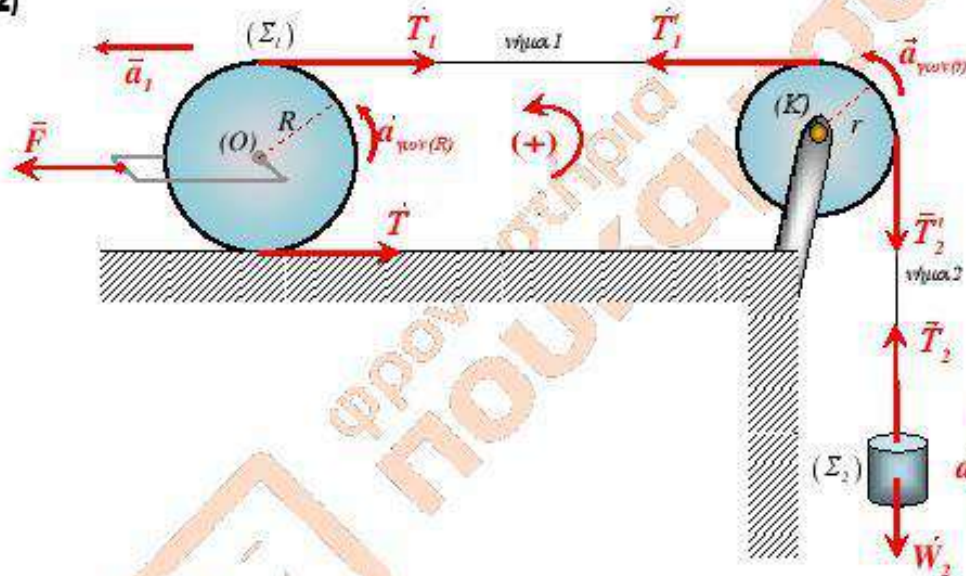
$$T_1 = T_1' \text{ και } T_2 = T_2' \\ (\text{νήματα αβαρή})$$

$$\Sigma \tau_{(K)} = 0 \Rightarrow +\tau_{T_1(K)} + \tau_{T_2(K)} = 0 \Rightarrow +T_1' r - T_2' r = 0 \Rightarrow T_1 = T_2 \Rightarrow T_2 = 20 \text{ N}$$

Απ' την ισορροπία του σώματος Σ_2 τελικά προκύπτει:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow T_2 = W_2 \Rightarrow T_2 = m_2 \cdot g \Rightarrow m_2 = \frac{T_2}{g} = \frac{20}{10} \Rightarrow \boxed{m_2 = 2 \text{ Kgr}}$$

Δ2)



Όταν το σύστημα των σωμάτων αρχίζει να κινείται οι δυνάμεις που αλλάζουν μέτρα είναι οι τάσεις και η τριβή.

Σώμα 2:

$$\Sigma F_2 = m_2 a_2 \Rightarrow T_2 - W_2 = m_2 a_2 \Rightarrow T_2 - m_2 \cdot g = m_2 a_2 \Rightarrow \boxed{T_2 - 20 = 2a_2} \quad (2)$$

Τροχαλία:

$$T_1 = T_1' \text{ και } T_2 = T_2' \\ (\text{νήματα αβαρή})$$

$$\Sigma \tau_{(K)} = I \cdot a_{\text{γων}(r)} \Rightarrow T_1' \cdot r - T_2' \cdot r = \frac{1}{2} \cdot m r^2 \cdot a_{\text{γων}(r)}$$

$$\Rightarrow a_{\text{γων}(r)} = \frac{a_2}{r}$$





$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot a_2 \Rightarrow T_1 - T_2 = \frac{3}{2} \cdot a_2 \quad (3)$$

Σώμα 1:

$$\Sigma F_1 = m_1 a_1 \Rightarrow F' - T_1 - T = m_1 a_1 \Rightarrow 60 - T_1 - T = 4a_1 \quad (4)$$

$$\Sigma \tau_{(O)} = I_1 \cdot a_{\gamma\omega\nu(R)} \Rightarrow T \cdot R - T_1 \cdot R = \frac{1}{2} \cdot m_1 R^2 \cdot a_{\gamma\omega\nu(R)} \Rightarrow T - T_1 = 2 \cdot a_1 \quad (5)$$

$a_{\gamma\omega\nu(R)} = \frac{a_1}{R}$

Για τις επιταχύνσεις των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 ισχύει ότι $a_1 = \frac{a_2}{2}$ οπότε οι σχέσεις (4) και (5) γίνονται:

$$60 - T_1 - T = 2a_2 \quad (6)$$

$$T - T_1 = a_2 \quad (7)$$

Λύνοντας το σύστημα των σχέσεων (2), (3), (6), (7) προκύπτει

$$a_2 = 2 \frac{m}{sec^2}$$

Δ3) Το Σ_2 επιταχύνεται προς τα πάνω οπότε έχουμε:

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_1^2 \Rightarrow t_1 = 2 \text{ sec}$$

$\Delta x_2 = h = 4 \text{ m}$

Την ίδια στιγμή το Σ_1 έχει μετατοπιστεί κατά

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 2 \text{ m}$$

$a_1 = \frac{a_2}{2} = 1 \frac{m}{sec^2}$

$$W_F = F \cdot \Delta x_1 = 60 \cdot 2 \Rightarrow W_F = 120 \text{ J}$$





Δ4) Τη χρονική στιγμή $t_1=2\text{sec}$ τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έχουν ταχύτητες

$$u_1 = a_1 \cdot t_1 = 1 \cdot 2 \Rightarrow u_1 = 2 \text{ m/sec}$$

$$u_2 = a_2 \cdot t_1 = 2 \cdot 2 \Rightarrow u_2 = 4 \text{ m/sec}$$

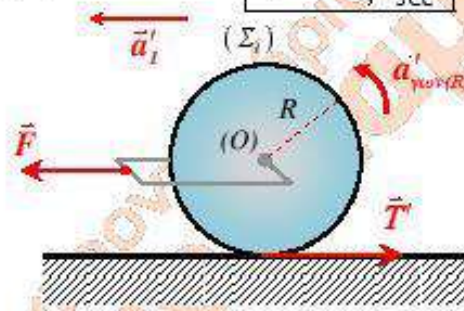
Το Σ_1 κάνει επιταχυνόμενη ενώ το Σ_2 επιβραδυνόμενη

Υπολογισμός νέας επιτάχυνσης του Σ_1

$$\Sigma F_1 = m_1 a'_1 \Rightarrow F' - T' = m_1 a'_1 \Rightarrow \boxed{60 - T' = 4a'_1} \text{ (8)}$$

$$\Sigma \tau_{(O)} = I_1 \cdot \alpha'_{\gamma\omega\nu(R)} \Rightarrow T' \cdot R = \frac{1}{2} \cdot mR^2 \cdot \alpha'_{\gamma\omega\nu(R)} \Rightarrow \boxed{T' = 2 \cdot \alpha'_1} \text{ (9)}$$

Από τις σχέσεις (8) και (9) προκύπτει ότι $\alpha'_1 = 7,5 \text{ m/sec}^2$



Υπολογισμός νέας επιτάχυνσης του Σ_2

Σώμα 2:

$$\Sigma F_2 = m_2 a'_2 \Rightarrow T_2 - W_2 = m_2 a'_2 \Rightarrow T_2 - m_2 \cdot g = m_2 a'_2 \Rightarrow \boxed{T_2 - 20 = 2a'_2} \text{ (10)}$$

Τροχαλία:

$$\Sigma \tau_{(K)} = I \cdot \alpha'_{\gamma\omega\nu(r)} \Rightarrow -T_2' \cdot r = \frac{1}{2} \cdot mr^2 \cdot \alpha'_{\gamma\omega\nu(r)}$$

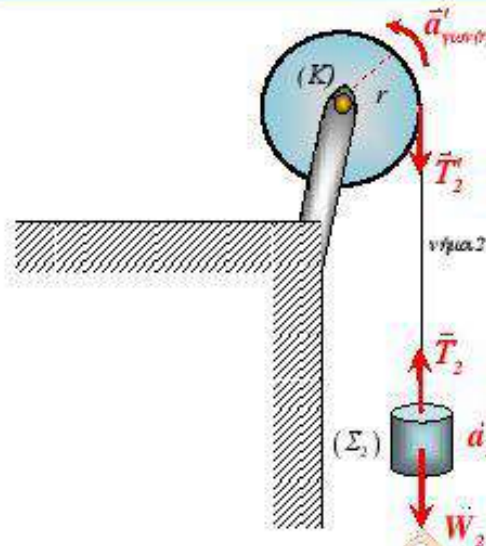
$$T_2 = T_2' \text{ (νήμα βαρές)}$$

$$\Rightarrow \alpha'_{\gamma\omega\nu(r)} = \frac{\alpha'_2}{r}$$

$$-T_2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \alpha'_2 \Rightarrow \boxed{-T_2 = \frac{3}{2} \cdot \alpha'_2} \text{ (11)}$$

Από τις σχέσεις (10) και (11) προκύπτει ότι $\alpha'_2 = -\frac{40}{7} \text{ m/sec}^2$





Όταν το σώμα Σ_2 σταματήσει ισχύει:

$$u = u_2 - |\alpha'_2| \cdot \Delta t \stackrel{u=0}{\Rightarrow} 0 = 4 - \frac{40}{7} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0,7 \text{ sec}$$

δηλαδή το σώμα Σ_2 σταματάει την χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \Delta t = 2,7 \text{ sec}$.

Εκείνη τη στιγμή η στροφορμή του σώματος Σ_1 είναι:

$$\begin{aligned} L_1 &= I_1 \cdot \omega = \frac{1}{2} \cdot m_1 R^2 \cdot (\omega_1 + \alpha'_{γων(R)} \Delta t) = \frac{1}{2} \cdot m_1 R^2 \cdot \left(\frac{u_1}{R} + \frac{\alpha'_1}{R} \cdot \Delta t \right) = \frac{1}{2} \cdot m_1 R \cdot (u_1 + \alpha'_1 \cdot \Delta t) = \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,2 \cdot (2 + 7,5 \cdot 0,7) \Rightarrow \boxed{L_1 = 2,9 \text{ Kgr} \cdot \text{m}^2 / \text{sec}} \end{aligned}$$

Δ5) Η στροφορμή της τροχαλίας την χρονική στιγμή t_1 είναι:

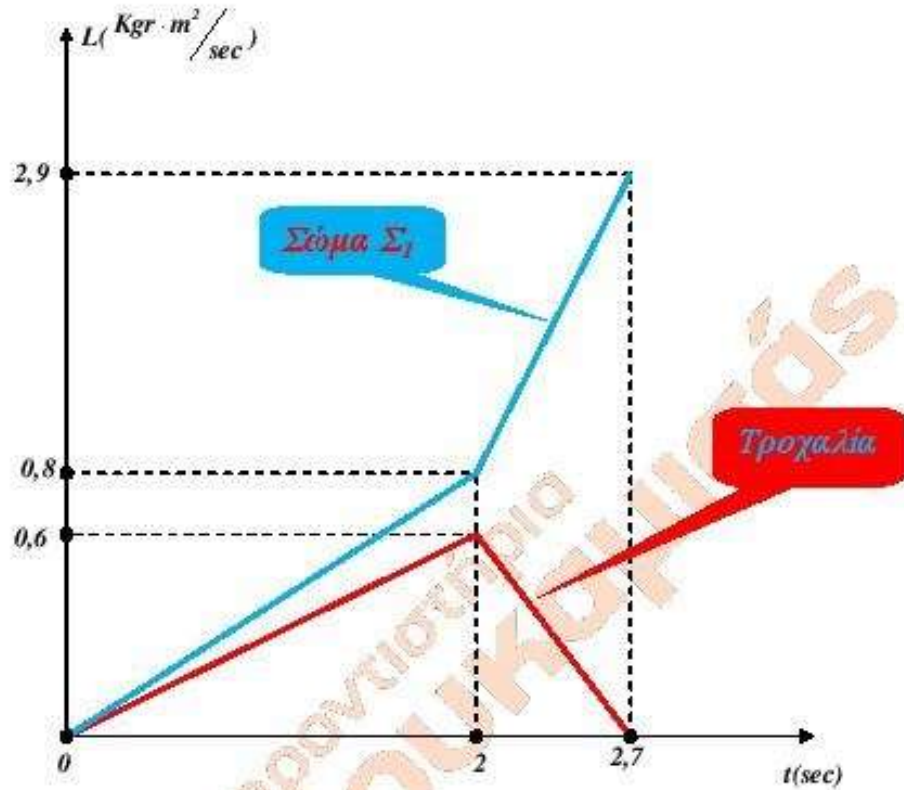
$$L_2 = I \cdot \omega_2 = \frac{1}{2} \cdot m r^2 \cdot \frac{u_2}{r} = \frac{1}{2} \cdot m r \cdot u_2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0,1 \cdot 4 \Rightarrow L_2 = 0,6 \text{ Kgr} \cdot \text{m}^2 / \text{sec}$$

ενώ του σώματος Σ_1 είναι

$$L'_1 = I_1 \cdot \omega = \frac{1}{2} \cdot m_1 R^2 \cdot \frac{u_1}{R} = \frac{1}{2} \cdot m_1 R \cdot u_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,2 \cdot 2 \Rightarrow L'_1 = 0,8 \text{ Kgr} \cdot \text{m}^2 / \text{sec}$$

Το διάγραμμα στροφορμής χρόνου φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.





Γ. Μαραγκάκης , Ν. Μπρίγγος , Κ. Παρασύρης

